

LA MECANIQUE DES FLUIDES

1- Fluide idéal :

Pour traiter un problème de mécanique des **fluides**, on isole par la pensée toutes les particules fluides qui se trouvent à un instant donné à l'intérieur d'une surface fermée et on applique les principes de la **mécanique** et de la **thermodynamique** à cette masse de fluide.

Afin de simplifier cette représentation, on a introduit la notion de (**fluide idéal**, de **masse volumique constante** (incompressible) et dont l'écoulement se produit sans frottements.

Le terme fluide englobe également l'air et autres **gaz**, les variations de la masse dues aux différences de pression étant négligées. Un fluide idéal s'écoule donc sans **résistance** dans un tube même lorsqu'il y rencontre des corps étrangers. Mathématiquement, l'écoulement du fluide idéal est caractérisé par le fait que les particules élémentaires infiniment petites ne se meuvent pas autour de leur **axe**, bien que déformées. On parle alors d'**écoulement laminaire** (écoulement **irrotationnel**).

2- Equation de continuité :

Il résulte du principe de conservation de la masse (écoulement conservatif) d'un fluide incompressible dans une conduite que :

$$A_1 w_1 = A_2 w_2$$

A_1 et A_2 = sections en m^2

w_1 et w_2 = vitesse en m/s .

3- Equation d'énergie :

Lorsqu'une particule élémentaire de volume v et de masse m s'écoule le long d'une trajectoire confondue avec une ligne de **courant** dans un tube convergent, la vitesse augmente pour passer de w_1 à w_2 dans la section la plus faible.

D'après les **lois** de la **dynamique**, l'augmentation de **d'énergie cinétique** est égale au travail fourni par les forces de pression donc :

$$(p_1 - p_2) v = \frac{M}{2} (w_2^2 - w_1^2) \text{ ou avec } \frac{m}{v} = \rho \text{ (masse volumique)}$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (w_2^2 - w_1^2) \text{ ou}$$

$$p + \frac{\rho}{2} w^2 = \text{constante (équation de Bernoulli élémentaire) en Pa}$$

p = pression statique (pression sur la paroi)

$$\frac{\rho}{2} w^2 = \text{pression dynamique en Pa}$$

$$p + \frac{\rho}{2} w^2 = p_t = \text{pression totale.}$$

La somme de la pression statique p et de la pression dynamique $\frac{\rho}{2} w^2$ est constante en tous points de l'écoulement. L'énergie cinétique peut donc se transformer en pression et inversement. Cependant, surtout dans le premier cas, ces transformations s'accompagnent de pertes (écoulements réels).

Exemple : de l'air s'écoule dans le tube. Quelle est la valeur de la pression p_2 dans la plus faible section, lorsque $p_1 = 0$, $w_1 = 10 \text{ m/s}$, $w_2 = 20 \text{ m/s} = 2 w_1$? ($\rho = 1,20 \text{ kg/m}^3$)

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (w_2^2 - w_1^2)$$

$$p_1 = + \frac{\rho}{2} w_1^2 - 4 \frac{\rho}{2} w_1^2 = - \frac{3}{2} \rho w_1^2 = - \frac{3 \cdot 1,20 \cdot 3 \cdot 100}{2} = - 180 \text{ Pa}$$

La différence de pression permet de déterminer la vitesse et de là le débit. Principe du tube de Venturi. Autres exemples : pulvérisateurs, becs Bunsen, pompes à injection.

4- Écoulement annulaire :

Lorsqu'un fluide s'écoule de telle façon que ses lignes de courant soient **concentriques**, il y a apparition d'une pression croissante :

$$m \frac{w^2}{r} \text{ --- qui s'exerce vers l'extérieur (force centrifuge). Il s'ensuit d'après la relation de Bernoulli que la vitesse diminue vers l'extérieur et suit l'équation } rw = \text{constante. Pour } r = 0 \text{ (écoulement au centre d'un tourbillon) on obtient donc une vitesse infinie. Dans le cas d'un écoulement réel, on ne rencontre pas cette vitesse infiniment grande, mais le fluide se meut au voisinage de l'axe de tourbillon comme un corps solide. La loi } rw = \text{constante reste suffisamment approchée à quelque distance de ce point singulier.}$$

L'augmentation de la pression d'un écoulement circulaire est approximativement :

$$\Delta p = \frac{\rho w^2}{r} \Delta r$$

On utilise **par exemple** cette équation pour calculer à peu de chose près la variation de pression d'un écoulement d'air dans un **coude**.

Exemple : De l'air s'écoule dans un coude à la vitesse moyenne de **12 m/s**. Quelle est la différence de pression entre circonférences interne et externe ?

Différence de pression :

$$\Delta p = \approx \Delta r \cdot \rho \cdot w^2 / r \approx 0,2 \cdot 1,20 \cdot 12^2 / 0,5 = 69 \text{ Pa.}$$

5- Mouvements élémentaires :

Il est possible de calculer avec précision les vitesses et les pressions en un point quelconque de la plupart des écoulements. Les **mathématiques** utilisent à cette fin la **théorie de l'écoulement laminaire** : pour tout écoulement sans frottement et irrotationnel il existe une fonction φ telle que la vitesse est égale à la dérivée :

$d\varphi$

---, quelle que soit la direction.

Dx

6- Equation de la quantité de mouvement :

Quantité de mouvement $I = \text{masse} \cdot \text{vitesse} = m \cdot w$ en $\text{kg} \cdot \text{m/s}$.

Appliqué aux fluides, on traduit le principe de la quantité de mouvement (**force $P = m \, dw/dt = dI/dt =$** augmentation de la quantité de mouvement I) en disant que pour un système fermé, la différence entre les impulsions initiales et finales est égale à la résultante des forces extérieures agissantes : **$P = I_2 - I_1$** .

Exemple : Ecoulement d'un volume d'air $V = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ de vitesse

$w = 10 \text{ m/s}$ contre une plaque. Quelle est la pression de réaction de la plaque ?

Impulsion initiale $I_1 = l' \cdot \rho \cdot w$ en N

Impulsion finale $I_2 = 0$

D'où la force de réaction :

$$P = I_2 - I_1 = - V \cdot \rho \cdot w = - 0,1 \cdot 1,20 \cdot 10 \text{ newtons}$$

$$= - 1,20 \text{ N.}$$